Nom : **Prénom :**

- Eléments de Correction -

TEST DE DDS
2007-2008

Résumé de Cours (A4)
Chaque partie est indépendante
Durée 3h

Note

I	II	III	IV	V	VI	VII	P
/1.5	/5	/1.5	/1.5	/4	/4	/1.5	/1

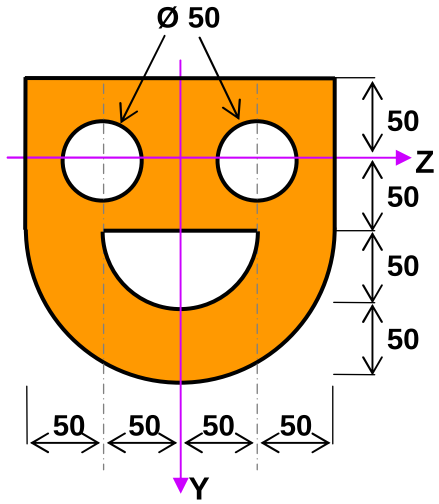
/20

EXERCICE 1 : Une éprouvette de traction en acier (E= 220 000 MPa ; ν = 0,3) de section carrée 20X20 mm est soumise à un effort normal de 36.10^4 N. Calculez la contrainte $\boldsymbol{\sigma_I}$ et les déformations $\boldsymbol{\varepsilon_I, \varepsilon_{II}, \varepsilon_{III}}$

σ_I = **900 MPa**	ε_I = **0,00409091**
ε_{II} = **-0,00122727**	ε_{III} = **-0,00122727**

Nom : **Prénom :**

EXERCICE 2 : Pour cette section droite de poutre (cote en mm), déterminez la position du centre de gravité puis calculez les moments quadratiques principaux I_Z et I_Y.



Présence d'un axe de symétrie : Le repère est principal. On recherche ensuite le centre de gravité de la section pour placer ce repère principal.

N°	Si	Yi	Yi.Si	Zi	Zi.Si
C1	1963.50	0	0	-50	0
C2	1963.50	0	0	50	0
C3	3926.99	71.22	279682.87	0	0
C4	15707.96	92.44	1452064.83	0	0
R1	20000	0	0	0	0
Somme	27853.98		1172381.96		0

YG	**42.0902825 mm**
ZG	**0 mm**

Je décompose en 2 cercles pour les yeux, 2 demi cercle pour la bouche et la mâchoire et 1 rectangle pour le crâne.

CERCLE C1	
D=	50mm
YC1_YG=	42.0902825mm
ZC1_ZG=	50mm
IY=	306796.158mm^4
IZ=	306796.158mm^4
MsY=	0mm^3
MsZ=	0mm^3
IYG=	5215534.68mm^4
IZG=	3785308.68mm^4

CERCLE C2	
D=	50mm
YC2_YG=	42.0902825mm
ZC2_ZG=	-50mm
IY=	306796.158mm^4
IZ=	306796.158mm^4
MsY=	0mm^3
MsZ=	0mm^3
IYG=	5215534.68mm^4
IZG=	3785308.68mm^4

DEMI CERCLE C3	
D=	100mm
YC3_YG=	-7.90971749mm
ZC3_ZG=	0mm
IY=	2454369.26mm^4
IZ=	2454369.26mm^4
MsY=	0mm^3
MsZ=	83333.3333mm^3
IYG=	2454369.26mm^4
IZG=	4018342.31mm^4

DEMI CERCLE C4		
D=	200	mm
YC4_YG=	-7.90971749	mm
ZC4_ZG=	0	mm
IY=	39269908.2	mm^4
IZ=	39269908.2	mm^4
MsY=	0	mm^3
MsZ=	666666.667	mm^3
IYG=	39269908.2	mm^4
IZG=	50798945.4	mm^4

RECTANGLE R1		
b=	200	mm
h=	100	mm
YR1_YG=	42.0902825	mm
ZR1_ZG=	0	mm
IY=	66666666.7	mm^4
IZ=	16666666.7	mm^4
MsY=	0	mm^3
MsZ=	0	mm^3
IYG=	66666666.7	mm^4
IZG=	52098504.3	mm^4

Ces valeurs ont été vérifiées avec RDM 6.

Y_G = 42,09028 mm	**I_Y = 93051136.22 mm^4**
Z_G = 0 mm	**I_Z = 91308489.99 mm^4**

Nom : **Prénom :**

EXERCICE 3 : Un arbre de transmission circulaire tubulaire de Øext = 30mm et Øint = 20 mm, en acier, transmet une puissance de 250 kW à 2500 tr/min. Calculez τ_{max} la contrainte maxi et θ l'angle unitaire de torsion.

Avec les équations de base :

$$I_0 = \tfrac{\pi}{32}.(D_{ext}^4 - D_{int}^4)$$

$$Mt = \frac{P}{\tfrac{\pi}{30}.N}$$

$$\tau_{max} = \frac{Mt}{I_0}.\frac{D_{ext}}{2}$$

$$G = \frac{E}{2.(1+\upsilon)}$$

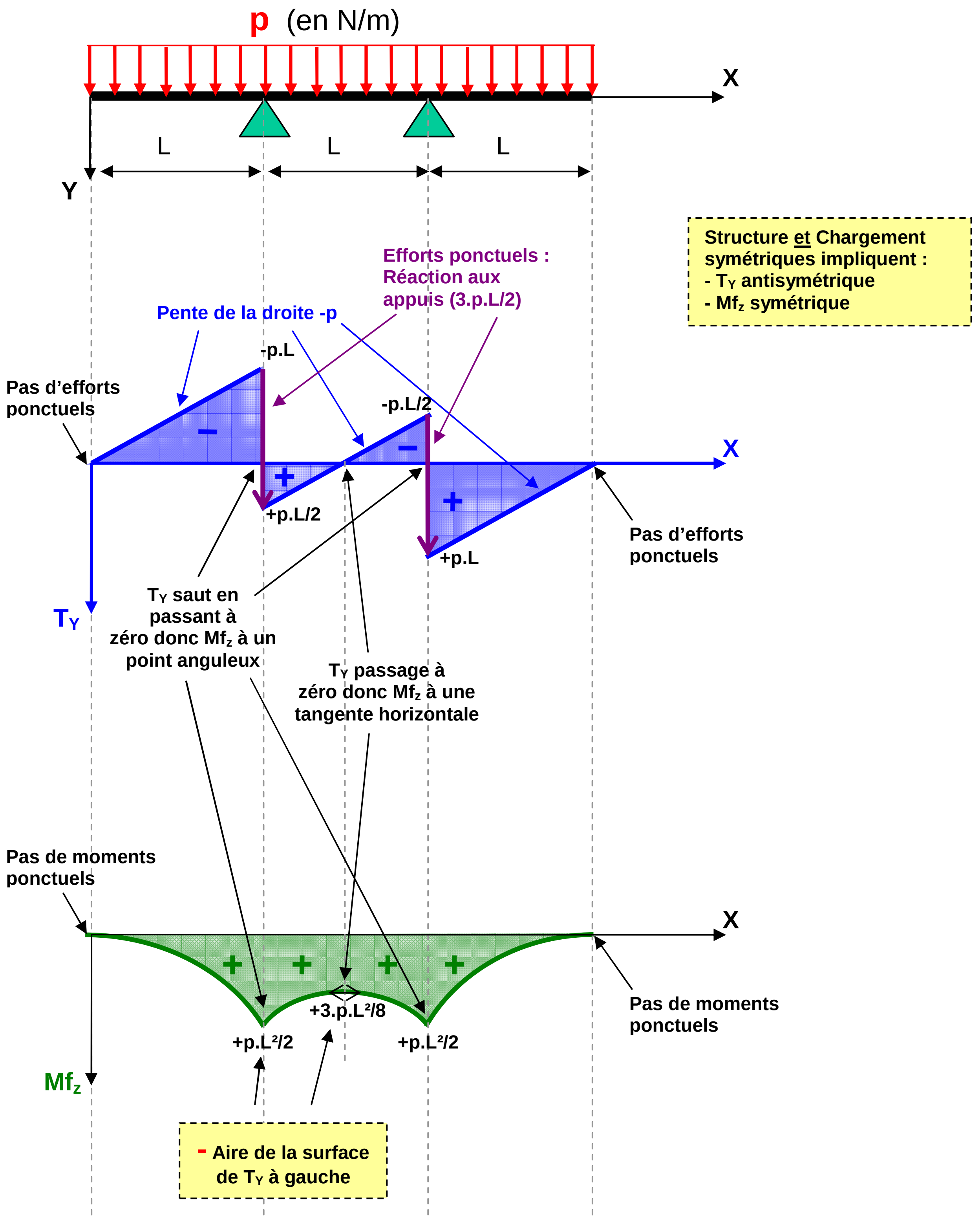
$$\theta = \frac{Mt}{G.I_0}$$

τ_{max} = 224.4653915 MPa

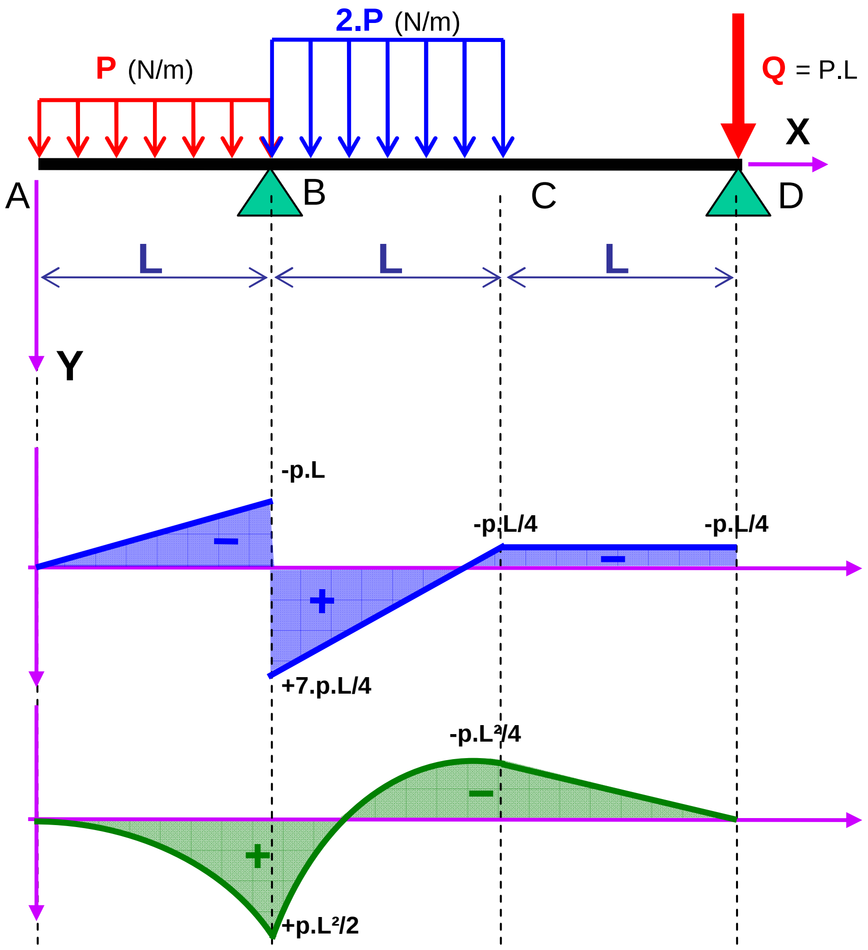
θ = 0.000176852 rad/mm
= 0.005066423 °/mm

Nom : **Prénom :**

EXERCICE 4 : Pour cette poutre tracer, sans calcul préalable, le diagramme des actions de cohésions de Ty et Mfz en précisant (**avec explications**) les valeurs particulières



EXERCICE 5 : Pour cette poutre calculez les actions aux appuis et donnez les diagrammes de efforts tranchants et des moments fléchissant.



Etude statique :

$$\sum \overrightarrow{M_B}.\vec{Z} = 0 \quad \rightarrow \quad Y_D = -\frac{5}{4}.p.L$$

$$\sum \vec{F}.\vec{Y} = 0 \quad \rightarrow \quad Y_B = -\frac{11}{4}.p.L$$

Etude RdM :

$$T_{Y_{Zone1}} = -p.x$$

$$T_{Y_{Zone2}} = -p.L - 2.p.(x-L) + \frac{11}{4}.p.L$$

$$T_{Y_{Zone3}} = -3.p.L + \frac{11}{4}.p.L = -\frac{1}{4}.p.L$$

$$Mf_{Z_{Zone1}} = +\frac{p.x^2}{2}$$

$$Mf_{Z_{Zone2}} = +\frac{p.(x-L)^2}{2} + \frac{p.x^2}{2} - \frac{11}{4}.p.L.(x-L)$$

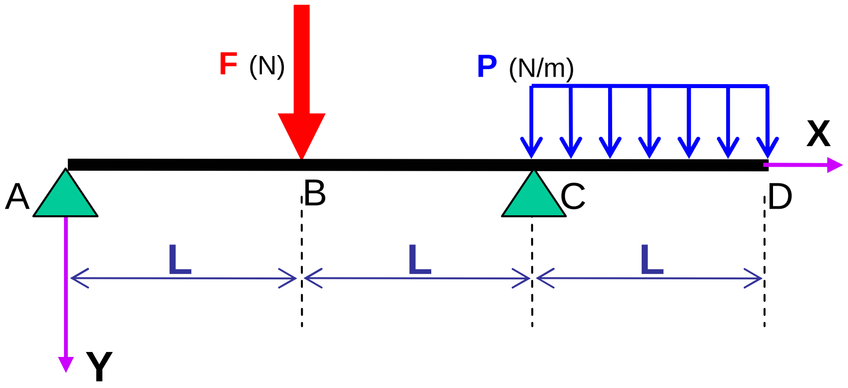
$$Mf_{Z_{Zone3}} = -\frac{1}{4}.p.L.(3.L - x)$$

Récapitulatif :

	AB		BC		CD	
	A	B	B	C	C	D
T_Y	0	$-p.L$	$\frac{7}{4}.p.L$	$-\frac{1}{4}.p.L$	$-\frac{1}{4}.p.L$	$-\frac{1}{4}.p.L$
Mf_z	0	$\frac{1}{2}.p.L^2$	$\frac{1}{2}.p.L^2$	$-\frac{1}{4}.p.L^2$	$-\frac{1}{4}.p.L^2$	0

EXERCICE 6 : Pour cette poutre :

- Calculez les actions aux appuis.



$$\sum \overrightarrow{M_C}.\vec{Z} = 0 \quad \rightarrow \quad Y_A = \frac{1}{2}F - \frac{1}{4}.p.L$$

$$\sum \vec{F}.\vec{Y} = 0 \quad \rightarrow \quad Y_C = -\frac{3}{2}F - \frac{3}{4}.p.L$$

- Donnez littéralement les équations "échelons" qui permettront de calculer l'équation de la ligne déformée.

$$E.I.y = E.I.y_0 + E.I.\omega_0.x + Y_A.\frac{x^3}{6}\Big]_1 + F.\frac{(x-L)^3}{6}\Big]_2 + Y_C.\frac{(x-2.L)^3}{6} + \frac{p.(x-2.L)^4}{24}\Big]_3$$

$$E.I.y' = E.I.\omega_0 + Y_A.\frac{x^2}{2}\Big]_1 + F.\frac{(x-L)^2}{2}\Big]_2 + Y_C.\frac{(x-2.L)^2}{2} + \frac{p.(x-2.L)^3}{6}\Big]_3$$

■ Donnez les conditions aux limites

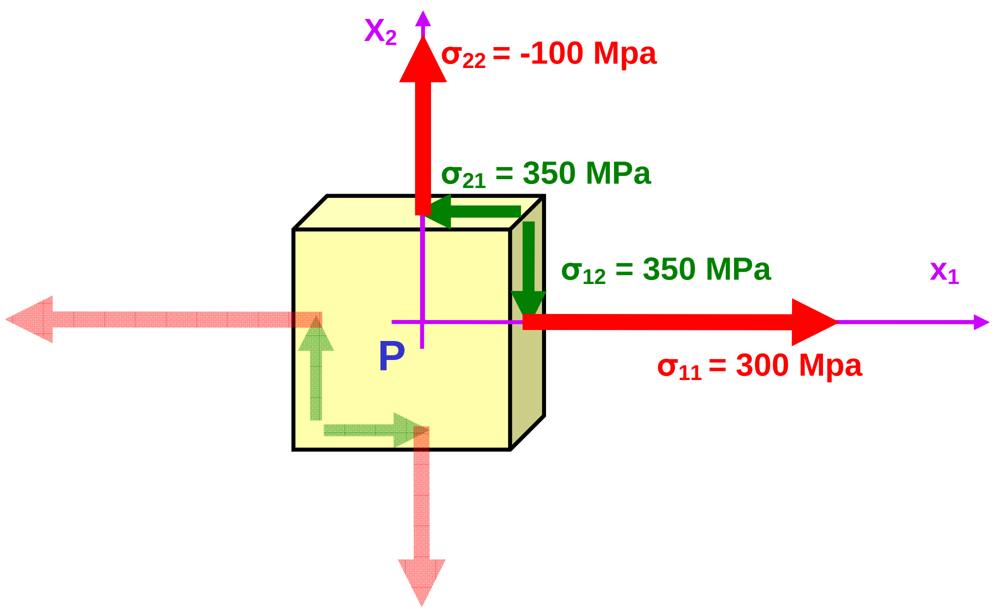
En A et en C → Pas de déplacement y=0

■ Comment fait-on pour trouver la flèche maxi ?

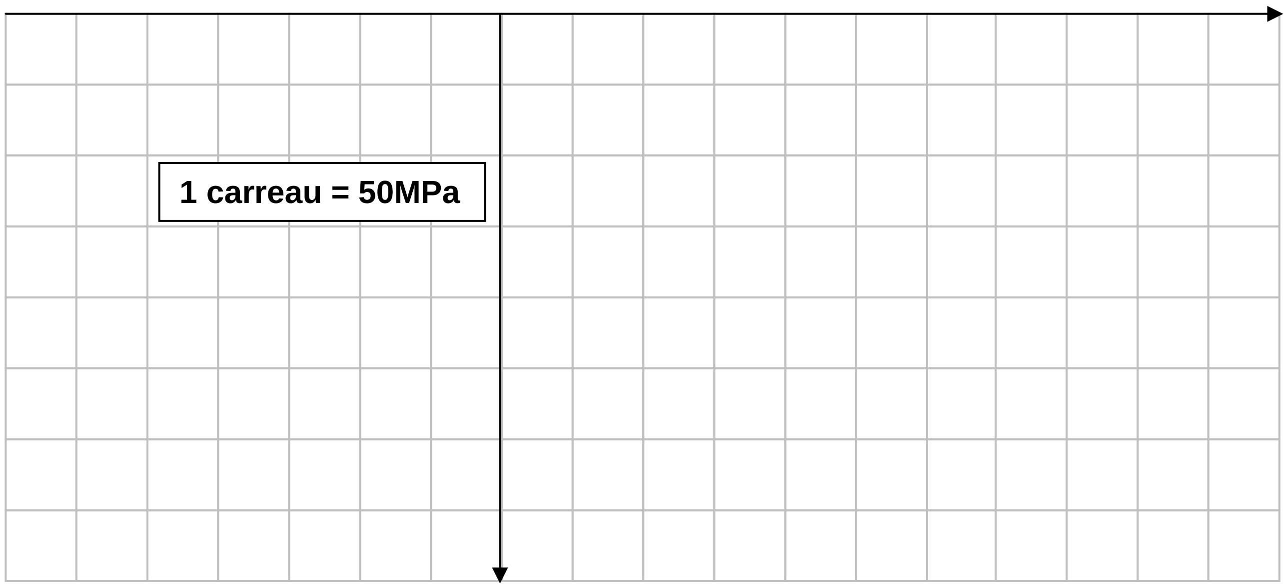
On cherche x_0 qui annule la dérivée de l'équation de la déformée y'=0

On remplace x par x_0 dans la première équation et on cherche la valeur de y maxi

EXERCICE 7 : Soit l'état de contrainte suivant. Calculer la position du repère principal et la valeur des contraintes principales de manière analytique. Retrouver ces valeurs par le tracé du cercle de Mohr.



Nom : **Prénom :**



Analytique	σ_I = **503,1 MPa**	σ_{II} = **-303,1 MPa**	θ = **30,13°**
Graphique	σ_I =	σ_{II} =	θ =

Nom : **Prénom :**

Formulaire :

- Théorème de Huygens pour les moments quadratiques :
  $Iy_2 = Iy_1 + a^2.S - 2.a.Msy_1$ avec $\overrightarrow{O_1O_2} = (a,b)$

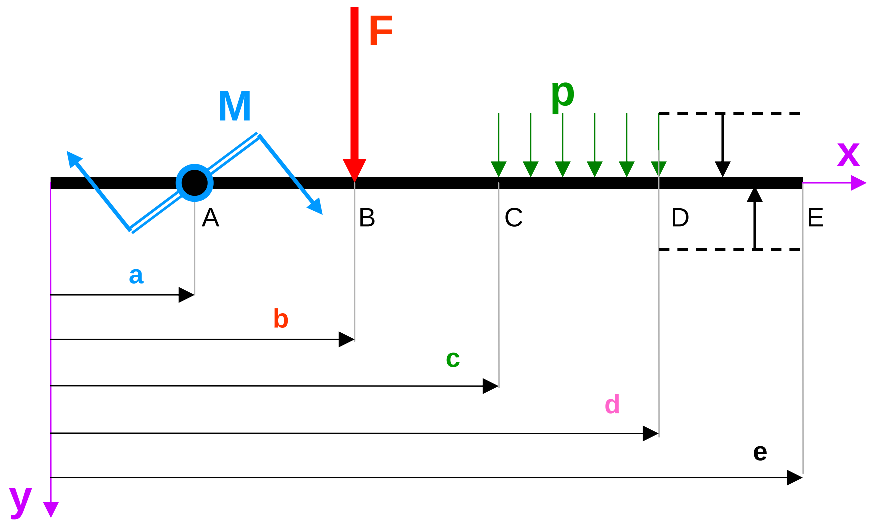
- Moments quadratiques d'un cercle : $Ix = Iy = \dfrac{\pi}{64}.D^4$ $\quad I_o = \dfrac{\pi}{32}.D^4$

- Moment quadratique d'un rectangle : $Ix = \dfrac{b.h^3}{12}$

- Torsion : $\tau = \dfrac{M_t}{I_0/\rho}$ $\quad \tau = G.\theta.\rho$ $\quad \alpha = \theta.L$ $\quad M_t = G.\theta.I_0$

- Equation de la ligne déformée : $E.I_{G_z}.y'' = Mf_z$

- Equations Echelons :



$$E.I.y = E.I.y_0 + E.I.\omega_0.x \;{}_1\Big]\; - M.\frac{(x-a)^2}{2} \;{}_2\Big]\; + F.\frac{(x-b)^3}{6} \;{}_3\Big]\; + \frac{p.(x-c)^4}{24} \;{}_4\Big]\; - \frac{p.(x-d)^4}{24} \;{}_5\Big]$$

$$E.I.y' = E.I.\omega_0 \;{}_1\Big]\; - M.(x-a) \;{}_2\Big]\; + F.\frac{(x-b)^2}{2} \;{}_3\Big]\; + \frac{p.(x-c)^3}{6} \;{}_4\Big]\; - \frac{p.(x-d)^3}{6} \;{}_5\Big]$$